

3 Wisselstroomtheorie

AC-seriekringen



3.1 RL-seriekring

3.1.1 Werkelijke spoel

Definitie

Elke **werkelijke spoel** en elke inductieve kring kunnen we beschouwen als een **serieschakeling** van een ideale spoel met zelfinductiecoëfficiënt L en haar eigen ohmse weerstand R .



3.1.2 Impedantie

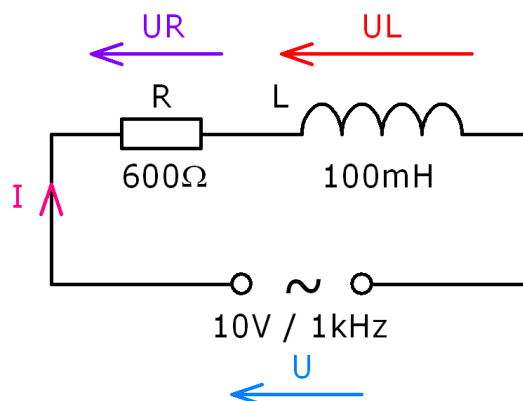
Definitie

- De **impedantie** van een AC-kring is een soort weerstand die het samenspel is van een zuiver ohmse component en een zuiver reactieve component.
- Het verschil met een 'gewone' ohmse weerstand is dat de impedantie afhankelijk is van de frequentie.



3.1.3 Complexe uitwerking

Voorbeeld



△ Fig.3.1 | De $L + R$ seriekring.
Tekening: W. Van Wichelen (TinyCAD)

GEGEVENS

- bronspanning: $U = 10 \text{ V}$ (effectief)
- zelfinductiecoëfficiënt $L = 100 \text{ mH}$
- ohmse weerstand: $R = 600 \text{ ohm}$
- frequentie: $f = 1 \text{ kHz}$

GEVRAAGD

- kringimpedantie Z (complex)
- kringstroom I (complex)
- fasehoek φ (complex)
- deelspanning U_L (complex)
- deelspanning U_R (complex)

BEPALEN KRINGIMPEDANTIE (Z)

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= (R + j \cdot \omega \cdot L) = (600 + 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-3} \cdot j) \Omega \\ &= (600 + 628,32 \cdot j) \Omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|\bar{Z}| &= \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \sqrt{600^2 + 628,32^2} \\ &= 868,78 \Omega\end{aligned}$$

BEPALEN KRINGSTROOM (I)

$$\begin{aligned}\bar{I} &= \frac{\bar{U}}{\bar{Z}} = \frac{10}{(600 + 628,32 \cdot j)} \\ &= \frac{10 \cdot (600 - 628,32 \cdot j)}{(600 + 628,32 \cdot j) \cdot (600 - 628,32 \cdot j)} \\ &= \frac{6000 - 6283,2 \cdot j}{600^2 + 628,32^2} \\ &= (7,95 \cdot 10^{-3} - 8,32 \cdot 10^{-3} \cdot j) \text{ A} \\ &= (7,95 - 8,32 \cdot j) \text{ mA}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|\bar{I}| &= \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \sqrt{7,95^2 + 8,32^2} \\ &= 11,51 \text{ mA}\end{aligned}$$

Dit is de stroom die een ampèremeter aanduidt.

BEPALEN FASEHOEK (φ)

$$\varphi = \text{Bgtg}\left(\frac{\text{Im}}{\text{Re}}\right) = \text{Bgtg}\left(\frac{-8,32}{7,95}\right)$$

$$= -46,3^\circ$$

Het minteken wijst op het feit dat de kringstroom na-ijlt op de bronspanning.

BEPALEN DEELSPANNING WEERSTAND (U_R)

$$\overline{U_R} = \overline{I} \cdot R = (7,95 - 8,32j) \text{mA} \cdot 600\Omega$$

$$= (4,77 \cdot 10^3 - 4,99 \cdot 10^3 \cdot j) \text{mV}$$

$$= (4,77 - 4,99 \cdot j) \text{V}$$

$$|\overline{U_R}| = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \sqrt{4,77^2 + 4,99^2}$$

$$= 6,90 \text{V}$$

Dit is de spanning die een voltmeter aangeeft.

BEPALEN DEELSPANNING SPOEL (U_L)

$$\overline{U_L} = \overline{I} \cdot \overline{X_L} = (7,95 - 8,32 \cdot j) \text{mA} \cdot (2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-3} \cdot j) \Omega$$

$$= (7,95 - 8,32 \cdot j) \text{mA} \cdot (628,32 \cdot j) \Omega$$

$$= (4,99 \cdot 10^3 \cdot j + 5,23 \cdot 10^3) \text{mV}$$

$$= (5,23 + 4,99 \cdot j) \text{V}$$

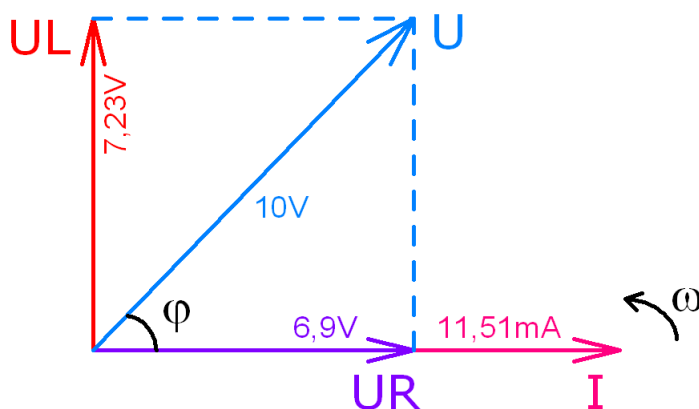
$$|\overline{U_L}| = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \sqrt{5,23^2 + 4,99^2}$$

$$= 7,23 \text{V}$$

Dit is de spanning die een voltmeter aangeeft.

3.1.4 Vectordiagram

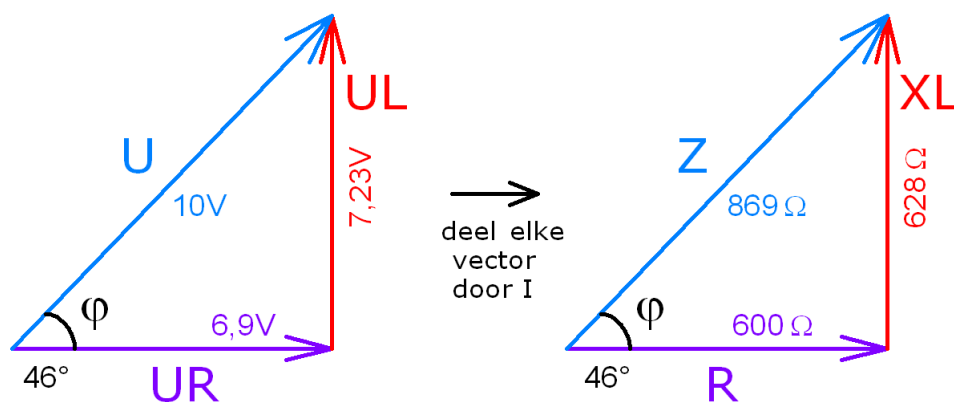
Met de resultaten kunnen we het vectordiagram van figuur 3.2 construeren:



△ Fig.3.2 | Vectordiagram van de L + R seriekring.
Tekening: W. Van Wichelen (TinyCAD)

3.1.5 Impedantiedriehoek

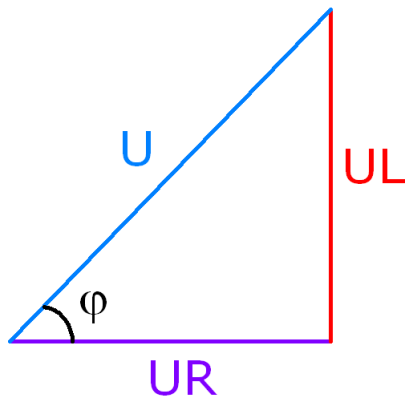
Uit het vectordiagram leiden we de **spanningsdriehoek** en de **impedantiedriehoek** af:



△ Fig.3.3 | Impedantiedriehoek van de L + R seriekring.
Tekening: W. Van Wichelen (TinyCAD)

Indien we een AC-kring niet volgens de complexe rekenmethode wensen uit te rekenen kunnen we altijd gebruik maken van de driehoeken van figuur 3.3. Eenvoudige driehoeksmmeetkunde leidt eveneens tot de juiste oplossingen.

Uit de **spanningsdriehoek** leiden we af:

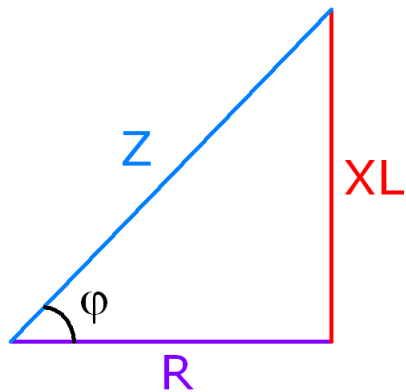


$$\cos\varphi = \frac{ARZ}{SZ} = \frac{U_R}{U}$$

$$\varphi = \text{Bgc} \cos\left(\frac{U_R}{U}\right)$$

$$U = \sqrt{(U_R)^2 + (U_L)^2}$$

Uit de **impedantiedriehoek** leiden we af:



$$\cos\varphi = \frac{ARZ}{SZ} = \frac{R}{Z}$$

$$\varphi = \text{Bgc} \cos\left(\frac{R}{Z}\right)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$



- Z: impedantie van de ohms/inductieve kring in ohm (Ω)
- R: de ohmse weerstand in ohm (Ω)
- X_L : de inductieve reactantie van de spoel in ohm (Ω)

3.1.6 Besluiten

Parate kennis!

In een **ohms/inductieve** kring die we aansluiten op een AC-spanning:

- ijlt de kringstroom *na* op de bronspanning
- ligt de fasehoek tussen 0° en 90°
- is de waarde van de bronspanning *niet* gelijk aan de algebraïsche som van de deelspanningen (zoals in DC-kringen) maar is de bronspanning de **vectoriële** som van de deelspanningen.



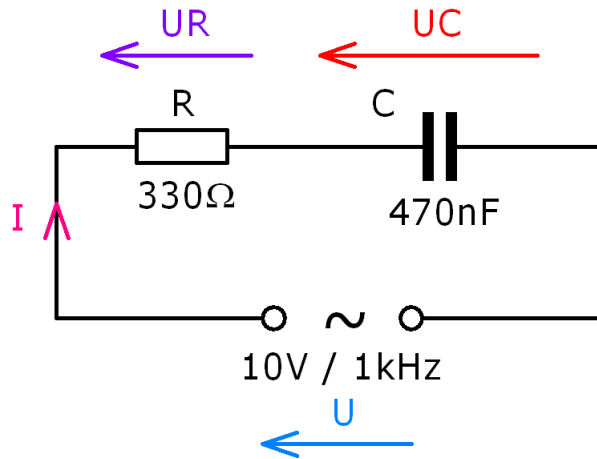
3.1.7 Oefeningen

1. In een serieschakeling van $L + R$ is $U_R = 20 \text{ V}$ en $U_L = 15 \text{ V}$. Bereken de aangesloten spanning.
2. Een magneetspoel heeft een ohmse weerstand van 15Ω en een inductantie van 36Ω . Bereken de impedantie.
3. Een magneetspoel biedt bij een wisselspanning $230 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$ een impedantie van 500Ω . Bereken de stroomsterkte in mA.
4. Bij een werkelijke spoel is de ohmse weerstand $R = 5 \Omega$ en de impedantie $Z = 17 \Omega$. Bereken de reactantie.
5. Een spoel heeft een ohmse weerstand $R_s = 6 \Omega$ en een reactantie $X_L = 8 \Omega$. Bereken de arbeidsfactor ($\cos\phi$).
6. De impedantie $Z = 10 \Omega$ en $\cos\phi = 0,8$. Bereken R .
7. Eerst sluiten we een inductief toestel aan op een gelijkspanning van 60 V . De stroom is 4 A . Hetzelfde toestel sluiten we nadien aan op een sinusspanning van 195 V (50 Hz). De ampèremeter wijst nu 5 A aan. Bereken: R , X_L , Z , $\cos\phi$, U_R en U_L bij aansluiting van 195 V_{AC} en de zelfinductiecoëfficiënt.
8. We sluiten een spanning van $50 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$ aan op een spoel met ohmse weerstand $R_s = 4 \Omega$ en $L = 9,55 \text{ mH}$. Bereken X_L , Z , I_L , U_L , U_{R_s} en $\cos\phi$.
9. We sluiten een inductief toestel aan op een gelijkspanning van 160 V . De ampèremeter duidt 4 A aan. Hetzelfde toestel sluiten we nadien aan op een wisselspanning van $160 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$. De ampèremeter wijst nu $3,2 \text{ A}$ aan. Bereken R_s , X_L , Z , U_{R_s} en U_L bij aansluiting op $160 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$.

3.2 RC-seriekring

3.2.1 Complexe uitwerking

Voorbeeld



△ Fig.3.4 | R + C seriekring.
Tekening: W. Van Wichelen (TinyCAD)

GEGEVENS

- bronspanning: $U = 10 \text{ V}$ (effectief)
- capaciteit $C = 470 \text{ nF}$
- ohmse weerstand: $R = 330 \text{ ohm}$
- frequentie: $f = 1 \text{ kHz}$

GEVRAAGD

- kringimpedantie Z (complex)
- kringstroom I (complex)
- fasehoek φ (complex)
- deelspanning U_C (complex)
- deelspanning U_R (complex)

BEPALEN KRINGIMPEDANTIE (Z)

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= \left(R + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} \right) = \left(330 + \frac{1 \cdot j}{2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 470 \cdot 10^{-9} \cdot j \cdot j} \right) \Omega \\ &= (330 - 338,63 \cdot j) \Omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|\bar{Z}| &= \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \sqrt{330^2 + 338,63^2} \\ &= 472,83 \Omega\end{aligned}$$

BEPALEN KRINGSTROOM (I)

$$\begin{aligned}
 \bar{I} &= \frac{\bar{U}}{\bar{Z}} = \frac{10}{(330 - 338,63 \cdot j)} \\
 &= \frac{10 \cdot (330 + 338,63 \cdot j)}{(330 - 338,63 \cdot j) \cdot (330 + 338,63 \cdot j)} \\
 &= \frac{3300 + 3386,3 \cdot j}{330^2 + 338,63^2} \\
 &= (14,76 \cdot 10^{-3} + 15,15 \cdot 10^{-3} \cdot j)A \\
 &= (14,76 + 15,15 \cdot j)mA
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\bar{I}| &= \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \sqrt{14,76^2 + 15,15^2} \\
 &= 21,15mA
 \end{aligned}$$

Dit is de stroom die een ampèremeter aanduidt.

BEPALEN FASEHOEK (φ)

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \text{Bgtg}\left(\frac{\text{Im}}{\text{Re}}\right) = \text{Bgtg}\left(\frac{+15,15}{14,76}\right) \\
 &= +45,7^\circ
 \end{aligned}$$

Het plusteken wijst op het feit dat de kringstroom voor-ijlt op de bronspanning.

BEPALEN DEELSPANNING WEERSTAND (U_R)

$$\begin{aligned}
 \bar{U}_R &= \bar{I} \cdot R = (14,76 + 15,15j)mA \cdot 330\Omega \\
 &= (4,87 \cdot 10^3 + 5,0 \cdot 10^3 \cdot j)mV \\
 &= (4,87 + 5,0 \cdot j)V
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\bar{U}_R| &= \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \sqrt{4,87^2 + 5,0^2} \\
 &= 6,98V
 \end{aligned}$$

Dit is de spanning die een voltmeter aanduidt.

BEPALEN DEELSPANNING CONDENSATOR (U_C)

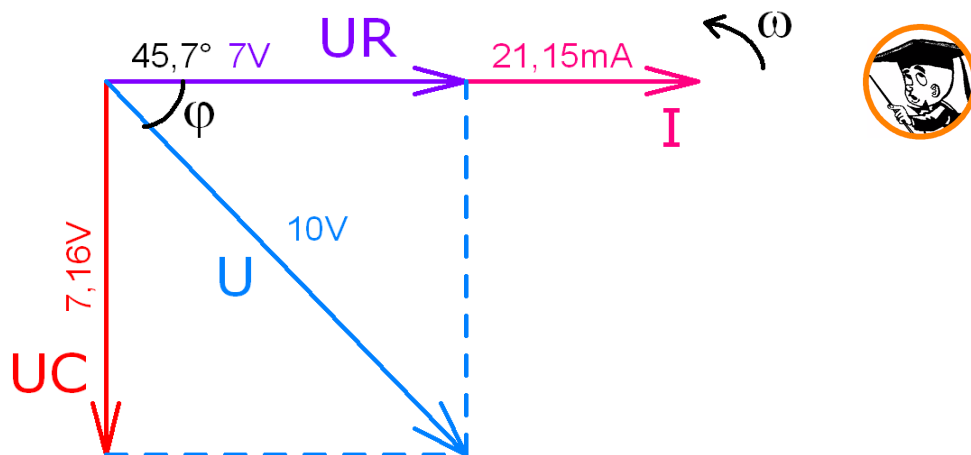
$$\begin{aligned}\overline{U_C} &= \overline{I} \cdot \overline{X_C} = (14,76 + 15,15 \cdot j) \text{mA} \cdot (-338,63 \cdot j) \Omega \\ &= (-5,0 \cdot 10^3 \cdot j + 5,13 \cdot 10^3) \text{mV} \\ &= (5,13 - 5,0 \cdot j) \text{V}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|\overline{U_C}| &= \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \sqrt{5,13^2 + 5,0^2} \\ &= 7,16 \text{V}\end{aligned}$$

Dit is de spanning die een voltmeter aanduidt.

3.2.2 Vectordiagram

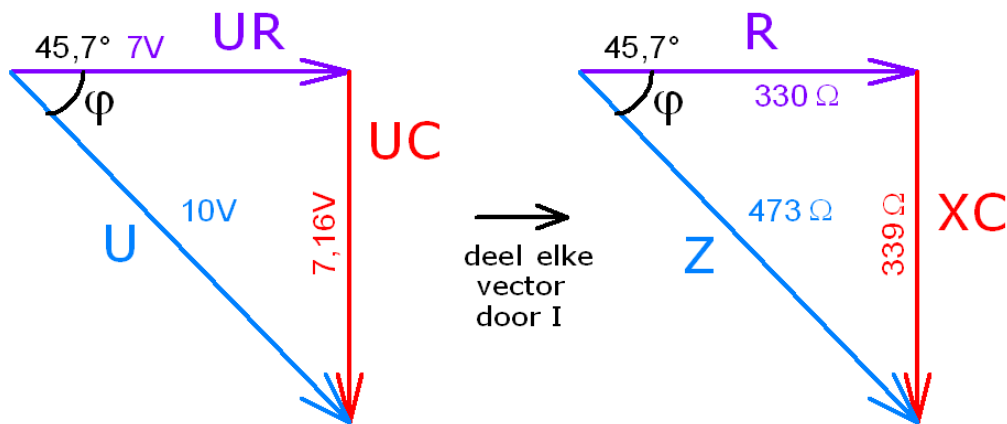
Met de resultaten kunnen we het vectordiagram van figuur 3.5 construeren:



△ Fig.3.5 Vectordiagram van de R + C seriekring.
Tekening: W. Van Wichelen (TinyCAD)

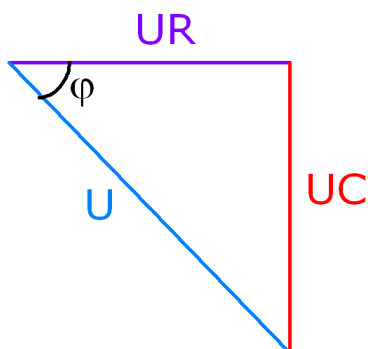
3.2.3 Impedantiedriehoek

Uit het vectordiagram leiden we de **spanningsdriehoek** en de **impedantiedriehoek** af:



△ Fig.3.6 | Impedantiedriehoek van de R + C seriekring.
Tekening: W. Van Wichelen (TinyCAD)

Uit de **spanningsdriehoek** leiden we af:

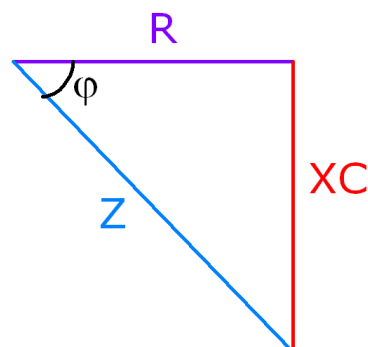


$$\cos\varphi = \frac{UR}{U} = \frac{UR}{U}$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{UR}{U}\right)$$

$$U = \sqrt{(UR)^2 + (UC)^2}$$

Uit de **impedantiedriehoek** leiden we af:



$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{Z}$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{R}{Z}\right)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$



- Z: impedantie van de ohms/inductieve kring in ohm (Ω)
- R: de ohmse weerstand in ohm (Ω)
- X_C : de capacatieve reactantie van de spoel in ohm (Ω)

3.2.4 Besluiten

Parate kennis!

In een **ohms/capacitieve** kring die we aansluiten op een AC-spanning:

- ijlt de kringstroom *voor* op de bronspanning
- ligt de fasehoek tussen 0° en 90°
- is de waarde van de bronspanning *niet* gelijk aan de algebraïsche som van de deelspanningen (zoals in DC-kringen) maar is de bronspanning de **vectoriële** som van de deelspanningen.



3.2.5 Oefeningen

1. In een AC-kring ($R + C$) is $U_R = 6 \text{ V}$ en $U_C = 8 \text{ V}$.
Bereken de aangesloten spanning.
2. In een RC-seriekring is de AC-bronspanning 390 V en $U_R = 360 \text{ V}$.
Bereken U_C .
3. In een AC-kring ($R + C$) is de bronspanning 130 V en $U_C = 50 \text{ V}$.
Bereken U_R .
4. In een AC-seriekring ($R + C$) is $R = 160 \Omega$ en $Z = 340 \Omega$.
Bereken X_C .
5. In een RC-seriekring is $U_R = 6 \text{ V}$ en $\cos\phi = 0,6$.
Bepaal de bronspanning.
6. Een RC-seriekring is aangesloten op $5 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$.
 $\cos\phi = 0,6$ en $R = 6 \Omega$. Bereken de stroom in de kring.
7. In een RC-seriekring is $U_C = 8 \text{ V}$, $U_R = 6 \text{ V}$ en $R = 3 \Omega$.
Bereken: X_C , Z , U en I .
Teken de spannings- en impedantiedriehoek.
8. In een RC-seriekring is $C = 2,5 \mu\text{F}$ en $R = 3 \text{ k}\Omega$.
De bronspanning is 5 V en de pulsatie is 105 rad/s .
Bereken via complexe rekenkunde: X_C , Z , I , U_R , U_C , $\cos\phi$ en ϕ .

